



*... Хаос есть место, вмещающее в себя целое.
Именно, если бы он не лежал в основании,
то ни земля, ни вода, ни прочие элементы,
ни весь космос не могли бы и возникнуть. ...*

Секст Эмпирик, *Против ученых*, X 11-12.

О КРИТЕРИИ СТОХАСТИЧЕСКОГО СТРУКТУРООБРАЗОВАНИЯ В СЛУЧАЙНЫХ СРЕДАХ

В.И. Кляцкин

ИФА им. А.М. Обухова РАН

Показано, что в параметрически возбуждаемых стохастических динамических системах, описываемых уравнениями в частных производных, могут с вероятностью единица образовываться пространственные структуры (кластеризация) почти в каждой ее реализации, благодаря редким событиям, происходящим с вероятностью, стремящейся к нулю. Такие задачи возникают в гидродинамике, магнитной гидродинамике, физике плазмы, астрофизике и радиофизике. Изложение общей теории проиллюстрировано на примерах конкретных физических динамических систем.

Введение	3
Элементы статистической топографии случайных полей	5
Логнормальные положительные случайные поля	12
О кластеризации энергии магнитного поля (2009г.)	14
Критический случай $\alpha = 0$ ($D^p = D^s$)	17
Заключение	20
Литература	21

Введение

Параметрически возбуждаемые динамические системы возникают во всех областях физики. Динамические системы при этом могут описываться как обыкновенными дифференциальными уравнениями, так и уравнениями в частных производных.

Для динамических систем, описываемых уравнениями в частных производных, такое параметрическое возбуждение характеризуется двумя особенностями:

1. С одной стороны, это возбуждение сопровождается возрастанием во времени всех статистических характеристик решения задачи - типа моментных и корреляционных функций любого порядка;

2. И, с другой стороны, в отдельных реализациях поля может происходить стохастическое нестационарное явление кластеризации в фазовом и физическом пространствах.

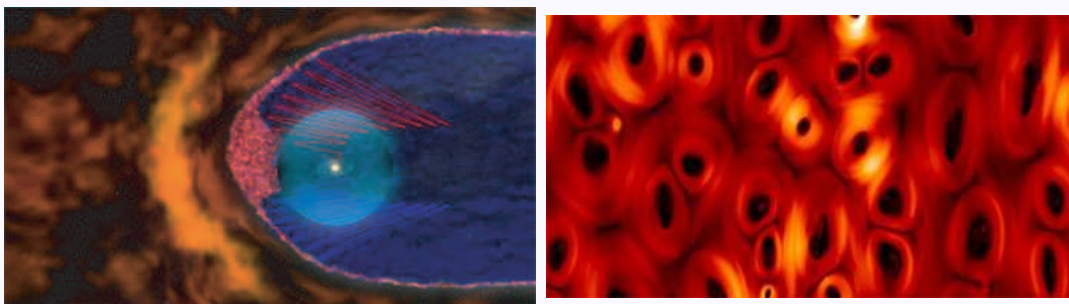
Кластеризация какого-либо поля — это возникновение компактных областей с большими величинами данного поля на фоне окружающих областей с относительно низкими их значениями. Время жизни кластеров ограничено. Их пространственный узор постоянно меняется. При статистическом усреднении вся информация о кластеризации, естественно, пропадает, так как в отдельных реализациях она происходит в разных частях пространства [1].

Кластеризация — частный случай *стохастического структурообразования* в стохастических динамических системах. Естественно, что само понятие кластеризации связано с поведением динамической системы в пространстве в *отдельных реализациях*! Понятие кластеризации в традиционных статистических характеристиках (моментных и корреляционных функциях любого порядка) — бессмыслица! Кластеризация либо есть, либо ее нет.

Пример структурообразования в магнитном поле из интернет - страницы:

"Что же так сильно озадачило астрофизиков?"

Наблюдатели столкнулись на границе Солнечной системы с кипящей пеной из локально намагниченных - подвижной ячеистой структурой, внутри которой линии магнитного поля постоянно разрываются, рекомбинируются и образуют новые области - магнитные "пузыри" , диаметр которых составляет порядка 100 млн километров. [2].



Магнитная обстановка на границе гелиосферы и система магнитных пузырей.

Элементы статистической топографии случайных полей

Обнаружить и описать *явление кластеризации* случайных полей удастся только на основе идей статистической топографии, где основным объектом изучения является система контуров — линий уровня (в двумерном случае) или поверхностей (в трехмерном случае) постоянных значений $f(\mathbf{r}, t) = f = \text{const}$.

В этом случае (для простоты ограничимся двумерным случаем $\mathbf{r} = \mathbf{R}$) удобно ввести дельта-функцию Дирака $\varphi(\mathbf{R}, t; f) = \delta(f(\mathbf{R}, t) - f)$, называемую *индикаторной функцией*. Через нее выражаются, например, такие величины, как общая площадь, ограниченная линиями уровня областей, в которых случайное поле $f(\mathbf{R}, t)$ превышает заданный уровень f , т.е. $f(\mathbf{R}, t) > f$:

$$S(t; f) = \int \theta(f(\mathbf{R}, t) - f) d\mathbf{R} = \int_f^\infty df' \int d\mathbf{R} \varphi(\mathbf{R}, t; f'),$$

и общая "масса" поля, заключенная в этих областях:

$$M(t; f) = \int f(\mathbf{R}, t) \theta(f(\mathbf{R}, t) - f) d\mathbf{R} = \int_f^\infty f' df' \int d\mathbf{R} \varphi(\mathbf{R}, t; f'),$$

где $\theta(f(\mathbf{R}, t) - f)$ — тета - функция Хевисайда.

Среднее значение индикаторной функции по ансамблю реализаций случайного поля $f(\mathbf{R}, t)$ определяет одновременную во времени и одноточечную в пространстве плотность вероятностей $P(\mathbf{R}, t; f) = \langle \delta(f(\mathbf{R}, t) - f) \rangle$. Следовательно, средние значения величин $S(t; f)$ и $M(t; f)$ определяются этой плотностью вероятностей:

$$\langle S(t; f) \rangle = \int_f^\infty df' \int d\mathbf{R} P(\mathbf{R}, t; f'), \quad \langle M(t; f) \rangle = \int_f^\infty f' df' \int d\mathbf{R} P(\mathbf{R}, t; f').$$

Дополнительную информацию о структуре поля $f(\mathbf{R}, t)$ можно получить, включив в рассмотрение его пространственный градиент и производные высшего порядка.

Обсудим теперь условия возникновения стохастического структурообразования. Ясно, что для *положительного поля* $f(\mathbf{R}, t)$ в общем случае условием ее кластеризации с вероятностью единица, т.е. почти для всех ее реализаций, является одновременная тенденция выполнения асимптотических равенств при $t \rightarrow \infty$

$$\langle S(t; f) \rangle \rightarrow 0, \quad \langle M(t; f) \rangle \rightarrow \int d\mathbf{R} \langle f(\mathbf{R}, t) \rangle.$$

Отсутствию же структурообразования соответствует одновременная тенденция выполнения асимптотических равенств при $t \rightarrow \infty$

$$\langle S(t; f) \rangle \rightarrow \infty, \quad \langle M(t; f) \rangle \rightarrow \int d\mathbf{R} \langle f(\mathbf{R}, t) \rangle.$$

Для пространственно однородного поля $f(\mathbf{R}, t)$ одноточечная плотность вероятностей $P(\mathbf{R}, t; f)$ не зависит от $\mathbf{R}$.

В этом случае статистические средние всех выражений (без интегрирования по $\mathbf{R}$) будут описывать удельные (приходящиеся на единицу площади) значения этих величин.

Так, удельная средняя площадь $\langle s_{\text{hom}}(t; f) \rangle$, на которой случайное поле $f(\mathbf{R}, t)$ превышает заданный уровень f , совпадает с вероятностью события в любой точке пространства $f(\mathbf{R}, t) > f$: $\langle s_{\text{hom}}(t; f) \rangle = \langle \theta(f(\mathbf{R}, t) - f) \rangle = P\{f(\mathbf{R}, t) > f\}$, и, таким образом, средняя удельная площадь является геометрической интерпретацией вероятности события $f(\mathbf{R}, t) > f$, не зависящей, естественно, от точки $\mathbf{R}$. Следовательно условия кластеризации для *однородного* случая сводятся к тенденции выполнения асимптотических равенств при $t \rightarrow \infty$:

$$\langle s_{\text{hom}}(t; f) \rangle = P\{f(\mathbf{r}, t) > f\} \rightarrow 0, \quad \langle m_{\text{hom}}(t; f) \rangle \rightarrow \langle f(t) \rangle.$$

Отсутствие же кластеризации соответствует тенденции выполнения асимптотических равенств при $t \rightarrow \infty$

$$\langle s_{\text{hom}}(t; f) \rangle = P\{f(\mathbf{r}, t) > f\} \rightarrow 1, \quad \langle m_{\text{hom}}(t; f) \rangle \rightarrow \langle f(t) \rangle.$$

Таким образом, кластеризация в пространственно-однородной задаче есть физическое явление (происходящее с вероятностью единица, т.е. почти для всех реализаций случайного положительного поля), порожденное редким событием, вероятность которого стремится к нулю.

В данном случае само наличие редких событий является тем "спусковым крючком", который запускает процесс структурообразования.

При наличии кластеризации поле в большей части пространства просто отсутствует! И, разумеется, приведенные условия наличия и отсутствия явления кластеризации поля $f(\mathbf{R}, t)$ не имеют никакого отношения к параметрическому росту во времени статистических характеристик типа моментных и корреляционных функций любого порядка.

Приведенный критерий "идеальной" кластеризации (по аналогии с идеальной жидкостью) описывает динамику образования кластеров для динамических систем, описываемых, вообще говоря, уравнениями в частных производных первого порядка. Эта идеальная структура образуется в виде очень тонкой ленты (в двумерном случае) или очень тонких трубок (в трехмерном случае).

Для реальных же физических систем, в дальнейшем начинают проявляться различные дополнительные факторы, связанные с генерацией пространственных производных случайного поля, которые деформируют, но не ликвидируют эту картину кластеризации. В частности, возможна ситуация, когда соответствующая плотность вероятностей выходит на стационарный режим $P(\mathbf{R}; f)$ при $t \rightarrow \infty$. В этом случае функционалы $\langle S(f) \rangle$ и $\langle M(f) \rangle$, независимые от t , уже не описывают дальнейшую деформацию кластерной картины. И необходимо изучать временную эволюцию функционалов, связанных с пространственными производными поля $f(\mathbf{R}, t)$, типа общей длины контуров и числа контуров.

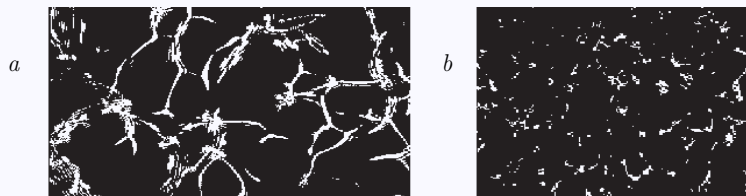


В качестве примеров "*идеальной*" и "*деформируемой*" кластеризации в природе можно указать на озеро лавы в кратере вулкана Нирагонго (район Великих Африканских озер) (а)[3] и озера лавы в кратере вулкана Килауэа (Гавайский вулканический национальный парк) (б) [4]. Другим примером являются рисунки, связанные с *параболическим уравнением*, описывающим распространение гармонической волны в случайной среде в x – направлении,

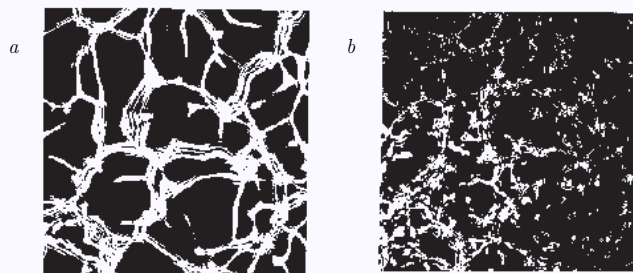
$$\frac{\partial}{\partial x}u(x, \mathbf{R}) = \frac{i}{2k}\Delta_{\mathbf{R}}u(x, \mathbf{R}) + \frac{ik}{2}\varepsilon(x, \mathbf{R})u(x, \mathbf{R}), \quad u(x, \mathbf{R}) = u_0(\mathbf{R}), \quad (1)$$

где $\mathbf{R}$ – координаты в поперечной плоскости, а $\varepsilon(x, \mathbf{R})$ – отклонение диэлектрической проницаемости от единицы.

Лабораторный эксперимент (a режим сильной фокусировки и b режим насыщенных флуктуаций).



и численное моделирование



Отметим, что это же уравнение является нестационарным *уравнением Шредингера* со случайным потенциалом $\varepsilon(x, \mathbf{R})$, где x играет роль времени.

Если ввести амплитуду и фазу волнового поля по формуле $u(x, \mathbf{R}) = A(x, \mathbf{R}) \exp \{iS(x, \mathbf{R})\}$, то уравнение для интенсивности волнового поля $I(x, \mathbf{R}) = |u(x, \mathbf{R})|^2$ примет вид уравнения неразрывности

$$\frac{\partial}{\partial x} I(x, \mathbf{R}) + \frac{1}{k} \nabla_{\mathbf{R}} \{ \nabla_{\mathbf{R}} S(x, \mathbf{R}) I(x, \mathbf{R}) \} = 0, \quad I(0, \mathbf{R}) = I_0(\mathbf{R}). \quad (2)$$

Полное решение этой задачи при $x \rightarrow \infty$ было осуществлено еще в 1977 году. Для малых дистанций распределение вероятностей интенсивности имеет логнормальный характер, и начинает происходить кластеризация. В дальнейшем статистические характеристики интенсивности выходят на режим насыщения. В этой области имеем $\langle I^n(x, \mathbf{R}) \rangle = n!$, $P(x, I) = e^{-I}$. Тогда же была вычислена и пространственная корреляционная функция интенсивности волнового поля при $x \rightarrow \infty$, содержащая два пространственных масштаба. Многочисленные попытки экспериментаторов увязать эти масштабы с приведенными выше картинками не увенчались успехом.

Объяснить структуру волнового поля удалось только спустя двадцать лет в 1997 году, исходя из анализа удельных средних величины – длины контуров и число контуров. Эти функции продолжают возрастать с дистанцией и, следовательно, происходит дробление контуров.

Аналогичная ситуация должна наблюдаться и в случае нелинейной задачи о самовоздействии волны, описываемой нелинейным параболическим уравнением (нелинейным уравнением Шредингера)

$$\frac{\partial}{\partial x} u(x, \mathbf{R}) = \frac{i}{2k} \Delta_{\mathbf{R}} u(x, \mathbf{R}) + \frac{ik}{2} \varepsilon(x, \mathbf{R}; I(x, \mathbf{R})) u(x, \mathbf{R}), \quad u(0, \mathbf{R}) = u_0(\mathbf{R}),$$

так как уравнение (2) не зависит от вида функции $\varepsilon(x, \mathbf{R}; I(x, \mathbf{R}))$.

Логнормальные положительные случайные поля

Картина *идеальной кластеризации* осуществляется для случайного положительного логнормального поля $E(\mathbf{r}, t)$, одноточечная плотность вероятностей которого $P(\mathbf{r}, t; E)$ (для статистически однородной задачи) описывается уравнением

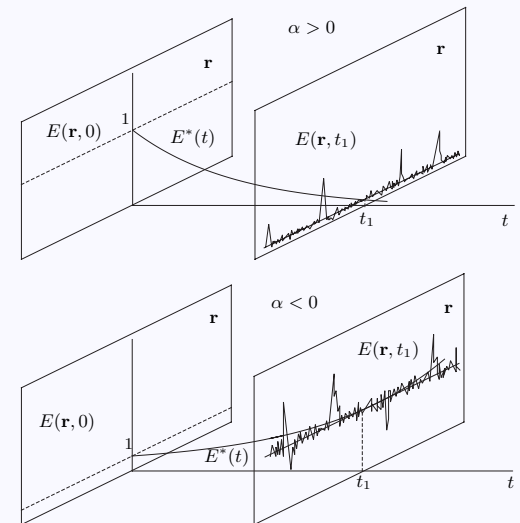
$$\frac{\partial}{\partial t} P(t; E) = \left\{ \alpha \frac{\partial}{\partial E} E + D \frac{\partial}{\partial E} E \frac{\partial}{\partial E} E \right\} P(t; E), \quad (3)$$

где параметр $\alpha = -\frac{\partial}{\partial t} \langle \ln(E(t)/E_0) \rangle$ является статистическим ляпуновским характеристическим показателем, а D характеризуют диффузию в E - пространстве. При этом параметр α может быть как положительным так и отрицательным. На рис. изображено схематическая динамика реализации поля $E(\mathbf{r}, t)$ при разных знаках параметра α . На этих же рисунках изображены и соответствующие ляпуновские экспоненты.

Решение этого уравнение дается формулой

$$P(t; E) = \frac{1}{2E\sqrt{\pi Dt}} \exp \left\{ -\frac{\ln^2 [Ee^{\alpha t}/E_0]}{4Dt} \right\}.$$

При этом кластеризация случайного поля $E(\mathbf{r}, t)$ будет происходить при условии $\alpha > 0$.



Очевидно, что при имеет место теорема:

Для любого консервативного параметрически возбуждаемого положительного поля, имеет место физическое явление кластеризации с вероятностью единица, т.е. почти во всех реализациях этого поля.

Примером такого поля является, интенсивность плоской монохроматической волны, описанная ранее.

Другим примером такого типа является диффузия скалярной пассивной примеси в случайном поле скоростей, описываемая уравнением непрерывности в кинематическом приближении

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) \right) \rho(\mathbf{r}, t) = 0, \quad \rho(\mathbf{r}, 0) = \rho_0. \quad (4)$$

Поле $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ предполагается гауссовым дивергентным полем, однородным, изотропным в пространстве, характеризуемым параметрами

$$D^S = \frac{1}{d-1} \int_0^\infty d\tau \langle \boldsymbol{\omega}(\mathbf{r}, t + \tau) \boldsymbol{\omega}(\mathbf{r}, t) \rangle, \quad D^P = \int_0^\infty d\tau \langle \operatorname{div} \mathbf{u}(\mathbf{r}, t + \tau) \operatorname{div} \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) \rangle, \quad (5)$$

где d – размерность пространства, а $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{r}, t) = \nabla \times \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ – вихрь поля скорости.

Поле плотности пассивной примеси при этом кластеризуется с вероятностью единица (1997 г.) при $D^P \neq 0$ и, в частности, например, в равновесном тепловом поле скоростей.

Отметим, что даже для несжимаемой жидкости в гидродинамических потоках поле плотности будет кластеризоваться для "плавучей" примеси, при учете конечной инерционности поля примеси и для многофазных потоков жидкости, т. е. всегда, когда в поле скоростей примеси, отличном от поля скоростей самой жидкости, возникает потенциальная составляющая спектра.

О кластеризации энергии магнитного поля (2009г.)

Диффузия магнитного поля в рамках кинематического приближения для статистически однородной задачи (на ранних стадиях динамики) описывается *уравнением индукции* для бездивергентного магнитного поля $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) \right) \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \left(\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right) \mathbf{u}(\mathbf{r}, t), \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}, 0) = \mathbf{H}_0. \quad (6)$$

Однако, именно на этой временной стадии и может, при определенных условиях, происходить явление кластеризации энергии магнитного поля $E(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}^2(\mathbf{r}, t)$.

Плотность вероятностей магнитного поля $P(\mathbf{r}, t; E)$ в этом случае является логнормальным случайным полем и описывается уравнением (3) с параметрами

$$\alpha = 2 \frac{d-1}{d+2} (D^p - D^s), \quad D = 4(d-1) \frac{(d+1) D^p + D^s}{d(d+2)}.$$

Ляпуновская экспонента в этом случае в любой фиксированной точке пространства, является экспоненциальной:

$$E^*(t) = E_0 e^{-\alpha t} = E_0 \exp \left\{ -2 \frac{d-1}{d+2} (D^p - D^s) t \right\}.$$

И при $\alpha > 0$ эта кривая экспоненциально убывает в каждой точке пространства, что свидетельствует о кластеризации энергии магнитного поля.

В случае $\alpha < 0$ происходит лишь общее увеличение магнитной энергии в каждой точке пространства. Так, например, в несжимаемом потоке кластеризации быть не может!

Отметим, что для пространственно однородной задачи все моменты энергии магнитного поля экспоненциально возрастают со временем (как для положительных значений $n > 0$, так и для отрицательных $n < 0$):

$$\langle E^n(t) \rangle = E_0^n \exp \left\{ -2n \frac{d-1}{d+2} (D^p - D^s) t + 4n^2 (d-1) \frac{(d+1) D^p + D^s}{d(d+2)} t \right\}.$$

В частности, при $n = 1$ средняя удельная энергия описывается выражением

$$\langle E(t) \rangle = E_0 \exp \left\{ \frac{2(d-1)}{d} (D^p + D^s) t \right\}.$$

Очевидно, что параметры D^p и D^s , характеризующие статистику случайного поля скоростей, *входят аддитивным образом во все статистические моментные и корреляционные функции энергии магнитного поля.*

Это – следствие линейности уравнения (6), и этот факт означает, что все основные закономерности в таком статистическом описании *не разделяют влияние соленоидальной и потенциальной компонент* случайного поля скоростей. Т.е. все закономерности имеют одинаковую структуру как для несжимаемого потока ($D^p = 0$), так и для чисто потенциального потока ($D^s = 0$). А так как в первом случае *кластеризация отсутствует*, а во втором *кластеризация осуществляется*, то ясно, что упомянутые статистические характеристики *не содержат никакой информации о стохастическом структурообразовании в отдельных реализациях энергии магнитного поля*.

Кроме того, исходное уравнение индукции (6) справедливо в рамках применимости кинематического приближения. При наличии кластеризации, когда в большей части пространства магнитное поле отсутствует, естественно, что его последствие на поле скоростей не существенно. В случае же отсутствия кластеризации (например, в несжимаемом потоке), когда генерация магнитного поля происходит во всем пространстве, справедливость кинематического приближения можно ожидать лишь на достаточно малом временном интервале, *на котором обсуждать роль динамического коэффициента диффузии на формирование статистики энергии магнитного поля просто не серьезно*.

Критический случай $\alpha = 0$ ($D^p = D^s$) [5]

В этом случае одноточечная плотность вероятностей принимает вид

$$P(t; E) = \frac{1}{2E\sqrt{\pi Dt}} \exp \left\{ -\frac{\ln^2[E/E_0]}{4Dt} \right\}.$$

Удельный средний объем при $t \rightarrow \infty$ при этом асимптотически стремится к половине общего объема, а удельная средняя энергия стремится к полной средней энергии. Таким образом, в случае $\alpha = 0$ кластеризации не осуществляется в рамках уравнения (3). Однако этот результат не является удовлетворительным, так как само уравнение (3) является приближенным, полученным в диффузионном приближении. Учет конечности временного радиуса корреляции позволяет дать однозначный ответ о наличии физического явления *кластеризации*.

Аналогичная ситуация имеет место и для случайных акустических волн в отсутствии затухания. Так случайное акустическое гауссово поле $u(\mathbf{r}, t)$, статистически однородное и изотропное в пространстве, а также стационарное во времени, описывается корреляционным и спектральным тензорами ($\tau = t - t'$)

$$\langle u_i(\mathbf{r}, t) u_j(\mathbf{r}', t') \rangle = \sigma_u^2 B_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \tau) = \sigma_u^2 \int d\mathbf{k} E_{ij}(\mathbf{k}) f(\mathbf{k}, \mathbf{r}, \tau),$$

где $\sigma_u^2 = \langle u^2(\mathbf{r}, t) \rangle$ – дисперсия поля скоростей, а функция

$$f(\mathbf{k}, \mathbf{r}, \tau) = e^{-\lambda(k)\tau} \cos\{\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega(k)\tau\},$$

где $\omega(k) = ck$, а c – скорость звука. Экспоненциально затухающий член связан с диссипативными факторами уравнений гидродинамики и магнитной гидродинамики и $\lambda(k) = \lambda_p k^2$. В этом случае спектральный тензор поля скорости содержит только потенциальную компоненту $E_{ij}(\mathbf{k}, \tau) = E(k, \tau) \frac{k_i k_j}{k^2}$.

И так как временной интеграл при $\lambda_p \ll cl_0$ (где l_0 – пространственный радиус корреляции поля скоростей) имеет асимптотику

$$\int_0^{\infty} dt f(k, t) = \lambda_p / c^2, \quad (7)$$

то при наличии малого поглощения кластеризация энергии магнитного поля осуществляется с вероятностью единица (т.е. почти во всех ее реализациях).

При отсутствии же затухания диффузионные коэффициенты в уравнении (3) обращаются в нуль, и мы не имеем никакой информации о наличии или отсутствии явления кластеризации.

В общем же случае, однако, при отсутствии затухания имеет место равенство

$$\int_0^{\infty} dt \cos \{ \omega(k)t \} = \pi \delta (\omega(k)),$$

благодаря которому возникают резонансы между различными гармониками акустического волнового поля в высших приближениях.

Это позволяет все же установить (после довольно громоздких вычислений), что кластеризация энергии магнитного поля осуществляется с вероятностью единица (т.е. почти во всех ее реализациях) и вычислить характерное время ее установления. А именно, ляпуновская экспонента во втором порядке метода последовательных приближений, с учетом формулы (7), имеет вид

$$E^*(t) = E_0 e^{\langle \ln E(r,t) \rangle} = E_0 e^{-\alpha_2 t},$$

где ляпуновский характеристический параметр

$$\alpha_2 = \frac{\sigma_u^2}{c^2} \int d\mathbf{k} \ k^2 E(k) \left[\frac{4}{5} \lambda_p + 76 \pi^2 \frac{\sigma_u^2}{c} k^2 E(k) \right].$$

В этом приближении ляпуновская экспонента убывает во времени и характерное время образования кластерной структуры энергии магнитного поля определяется как $t \sim 1/\alpha_2$.

Заключение

Таким образом мы рассмотрели физическое явление *кластеризации* стохастических полей с вероятностью единица (т.е. почти в каждой ее реализации), связанное с параметрическим возбуждением этих полей и установили как *критерий ее возникновения*, так и *характерное время ее установления*.

В заключение отмечу, что во множестве работ считается, что для того чтобы произошло какое либо событие, необходимо, чтобы оно было наиболее вероятно.

Так, например, в недавней работе Г.Р. Иваницкого [6] в результате подсчетов тех или иных вероятностей, была высказана *гипотеза о происхождении жизни с точки зрения физики*: " *Жизнь — это результат процесса игры при взаимодействии части системы со своим окружением. В игре у этой части системы появилось свойство запоминать вероятности появления удач и неудач в предыдущих раундах, что дало ей шанс на существование в последующих раундах* " .

Не могу согласиться, что происхождение жизни, это процесс игры. Думаю, что происхождение жизни это – все же событие, произошедшее с вероятностью единица.

Литература

Список литературы

- [1] Кляцкин В.И., *Интегральные характеристики - ключ к пониманию структурообразования в стохастических динамических системах*, УФН, 180(5), 457 (2011); *Очерки по динамике стохастических систем*, М. URSS, 2012.
- [2] http://www.gazeta.ru/science/2011/06/17_a_3664677.shtml
- [3] <http://bigpicture.ru/?p=128340>
- [4] <http://pacificislandparks.com/2010/01/20/more-amazing-lava-lake-photos/>
- [5] Кляцкин В.И., *Стохастическое динамо в критических ситуациях*, ТМФ (в печати, 2012).
- [6] Иваницкий Г.Р., "XXI век: что такое жизнь с точки зрения физики" УФН, 180, 337 (2010).